Jurnal Ilmiah MATRIK , Vol.23 No.3, Desember 2021

ISSN : 1411-1624
e-ISSN: 2621-8089

ANALISIS METODE GAUSS-JORDAN DALAM PENENTUAN ARUS PADA RANGKAIAN LISTRIK

Patrisius Batarius[1], Ign. Pricher A.N. Samane[2]
Dosen Prodi Ilmu Komputer, Fakultas Teknik, Universitas Katolik Widya Mandira[1,2]
Jl. San Juan, Penfui, Kupang –NTT
Sur-el : patrisbatarius@unwria.ac.id[1], samane_pricher@yahoo.com[2]

Abstract : *Simultaneous equations are often encountered in engineering, including in the field of electricity, especially in electrical circuits. One method to determine the electric current in an electric circuit using the Gauss-Jordan method. The problem is how many iterations are needed by the Gauss-Jordan method to solve a simultaneous equation of an electric circuit. The purpose of this study in addition to calculating the value of the current in each loop of an electrical circuit, also knowing the number of iterations of the Gauss-Jordan method in solving a simultaneous equation generated from an electrical circuit. One iteration of the Gauss-Jordan process, namely: normalization of the matrix, then proceed to multiply the elements of the matrix with the normalized equation to produce the current matrix. The next step is to subtract the element matrix from the previous one with the current matrix to produce the next matrix. This reference is used to calculate the number of iterations of the Gauss-Jordan method. The results of the Gauss Jordan method process show that the number of Gauss-Jordan iterations solves simultaneous equations with the model of the electric circuit as many as n iterations. Where n is the number of loops of the electric circuit or the number of variables of the simultaneous equation. Simultaneous equation model in electric circuit is obtained by applying Kirchof's Law of Voltage and Kircof's Law of Current, obtained the equation of each loop in the electric circuit.*

Keywords: *Gauss-Jordan, Number of iterations, Electrical Circuits, Simultaneous Equations*

***Abstrak** : Persamaan simultan sering dijumpai di bidang teknik termasuk pada bidang elektro khususnya pada rangkaian listrik. Salah satu metode untuk menentukan arus listrik dalam sebuah rangkaian listrik menggunakan metode Gauss-Jordan. Permasalahannya adalah berapa jumlah iterasi yang dibutuhkan oleh metode Gauss-Jordan dalam menyelesaikan sebuah persamaan simultan dari sebuah rangkain listrik. Tujuan penelitian ini selain menghitung nilai arus pada masing-masing loop sebuah rangkaian listrik, juga mengetahui banyaknya iterasi pada metode Gauss-Jordan dalam menyelesaikan sebuah persamaan simultan yang dihasilkan dari sebuah rangkaian listrik. Satu iterasi pada proses Gauss-Jordan yakni: normalisasi matriks kemudian dilanjutkan perkalian elemen matriks dengan persamaan ternomalisasi untuk menghasilkan matriks saat ini. Langkah selanjutnya adalah pengurangan element matriks dari sebelumnya dengan matriks saat ini untuk menghasilkan matriks selanjutnya. Acuan ini digunakan untuk menghitung jumlah iterasi dari metode Gauss-Jordan. Hasil proses metode Gauss Jordan menunjukan bahwa umlah iterasi Gauss-Jordan menyelesaikan persamaan simultan dengan model darai rangkain listrik sebanyak n iterasi. Dengan n adalah jumlah loop dari rangkaian listrik tersebut atau jumlah variabel dari persamaan simultan. Model persamaan simultan pada rangkaian listrik diperoleh dengan menerapkan Hukum Kirchof Tegangan dan Hukum Kircof Arus, diperoleh persamaan setiap loop pada rangkaian listrik.*

***Kata kunci**: Gauss-Jordan, Jumlah iterasi, Rangkaian Listrik, Persamaan Silmutan*

1. PENDAHULUAN

Banyak persoalan baik bidang teknik, ekonomi, fisika maupun bidang sosial lainnya melibatkan model matematika. Model matematika yang ada kadang sulit diselesaikan dengan cara analisis biasa. Hal ini karena model matematika yang rumit dan kompleks. Salah satu model matematika yang rumit adalah

ISSN : 1411-1624
e-ISSN: 2621-8089

penyelesaian persamaan simultan yang memiliki lebih dari 3 variabel. Penyelesaian dengan metode eliminasi biasa dan substitusi membutuhkan waktu yang lama dalam mencari solusinya. Penyelesaian model matematika yang rumit tersebut bisa diselesaiakan dengan metode numerik.

Dalam bidang elektronika khususnya rangkaian listrik, sering dijumpai model persamaan simultan sebagai implementasi dari rangkaian listrik yang kompleks. Model matematika dari rangkaian listrik yang terbentuk tidak terlepas dari hukum arus Kirchooff dan hukum Ohm. Hukum arus *Kirchhoff* dengan bunyinya jumlah aljabar dari semua arus yang memasuki suatu simpul harus sama dengan nol. Sedangkan hukum Ohm dengan bunyinya arus yang melalui sebuah *resistor* dihubungkan dengan perubahan tegangan dan harga dari tahanan. Meskipun yang dicari hanya arus dan tegangan, namun masing-masing rangkaian yang terintegrasi satu dengan yang lainnya akan menghasilkan persamaan simultan yang memiliki banyak variabel.

Sebuah rangkaian listrik, dengan menerapkan hukum arus Kirchhoff dan hukum Ohm diatas bisa menghasilkan persamaan simultan yang kompleks dengan variabel yang banyak. Dalam bentuk matrik dibuat model persamaanya. Sebagai akibatnya penyelesaian persamaan simultannya akan menjadi sulit untuk mendapatkan solusi.

Persamaan simultan yang banyak variabel dibuat dalam bentuk matrik. Matrik yang berukuran besar perlu mencari nilai inversnya. Nilai invers dari matrik tersebut digunakan untuk mencari nilai koefisien setiap variabel pada persamaan simulta yang ada. Persamaan rangkaian listrik yang kompleks tentu menghasilkan ukuran matrik yang besar. Kesulitan terjadi jika mencari nilai invers matrik yang berukuran besar.

Salah satu metode untuk menyelesaikan persamaan simultan aljabar linear dengan banyak variabel adalah metode Gauss-Jordan. Metode ini adalah pengembangan dari metode Eliminasi Gauss. Metode ini diterapkan pada persamaan rangkaian listrik yang kompleks. Model Eliminasi *Gauss-Jordan* yang menghasilkan *invers* matriks dalam menentukan nilai dan arah arus listrik dalam sebuah rangkaian listrik.

Model persamaan simultan yang memiliki banyak variabel dari suatu rangkain listrik, memunculkan berbagai pertanyaan mendasar jika penyelesaiannya dilakukan dengan metode *Gauss-Jordan*. Salah satunya adalah berapa jumlah iterasi proses penyelesaian untuk menghitung nilai masing-masing arus.

Dengan demikian tujuan penelitin ini adalah selain mengimplementasikan model *Gauss-Jordan* dengan matriks inversi yang dihasilkannya untuk mencari nilai atau koefisien dari persamaan-persamaan simultan juga menghitung jumlah iterasi dari suatu persamaan simultan yang memiliki *n* variabel. Pada penelitian ini, persamaan simultan diperoleh dari suatu rangkaian listrik.

2. TINJAUAN PUSTAKA

Penelitian yang berkaitan dengan metode *Gauss-Jordan* diantaranya penyelesaian

ISSN : 1411-1624
e-ISSN: 2621-8089

persamaan linear dengan implementasi *pipeline Open Multi Processing (OpenMP).* Implementasi *pipeline* adalah solusi yang baik untuk memecahkan masalah persamaan linear. Implementasi pipeline dari Metode *Gauss-Jordan* untuk memecahkan sistem persamaan linear menggunakan antarmuka OpenMP [1].

Penelitian tentang perbandingan performance untuk metode *Eliminasi Gauss* dan *Gauss-Jordan* juga sudah dilakukan. Perbandingan antara metode eliminasi Gauss dan Gauss-Jordan mulai dari dua variable sampai 7 variabel. Dari segi kecepatan, metode eliminasi Gauss lebih cepat dari metode *Gauss-Jordan*. Untuk sistem yang kecil, lebih nyaman dalam menggunakan Eliminasi Gauss-Jordan. Eliminasi Gaus lebih efisien untuk komputer secara komputasi [2].

Di bidang Komputer dan Matematika metode *Gaussian elimination* sangat efisien diaplikasikan untuk algoritma, peningkatan gambar dan jaringan. Aplikasi lain dari Eliminasi Gaussian adalah, peningkatan citra sidik jari. Filter Gaussian digunakan unttuk meningkatkan citra. Dibidang transportasi dan penjadwalan, metode Gaussian yang merupakan pengembangna dari metode Eliminasi Gauss, juga digunakan. [3].

Metode *In-Place*, digunakan sebagai pengembangan dari metode *Gauss-Jordan* klasik, untuk inversi matriks yang melibatkan matriks augmented dengan unit matriks unit dan membutuhkan ruang kerja dua kali lebih besar dari matriks aslinya serta operasi komputasi yang harus dilakukan pada matriks asli dan matriks unit. Metode *In-Place* adalah ekuivalen yang lebih pendek dari Gauss - Algoritma inversi matriks Jordan untuk membuat penggunaan yang lebih efisien sumber daya komputasi dengan virtualisasi matriks unit augmenting. Prosedur dalam metode In-Place ini dimaksudkan untuk menangani komputasi yang cepat dari sisi ekonomis dan meminimalkan kesalahan pemotongan dalam teknik komputasi [4].

Dalam penyelesaian sistem persamaan aljabar lineat, selain metode *Gauss-Jordan*, algoritma iteratif digunakan untuk memperbaiki solusi sistem persamaan linier, yang berbentuk Ax = b. Untuk menentukan apakah suatu matriks terkondisi dengan baik atau tidak, maka sifat-sifat aturan matriks dapat digunakan untuk membatasi jumlah kondisi yang tidak seuai untuk diselesaikan [5].

Persamaan linear yang sulit dicari solusi bisa menggunakan aplikasi smartphone dalam mengetahui penyelesaianya. Metode yang digunakan adalah eliminasi *Gauss-Jordan*. Dikatakan bahwa metode ini lebih efektif untuk pemecahan persamaan linier dan telah digunakan oleh siswa dan dosen dalam memecahkan sistem persamaan linier berbasis *smartphone* [6]. Perhitungan pembobotan *Moore – Penrose* melalui eliminasi *Gauss – Jordan* pada matriks berbatas, dari penelitian bahwa kompleksitas komputasi dari dua algoritma yang lebih cepat daripada penelitian sebelumnya [7]. Metode Gaus Jordan telah menemukan kesamaan yang mengungkapkan hubungan antara arus dengan beban dan dapat dikatakan bahwa tidak peduli berapa tahanan bebannya, akan tetap mengalirkan beban arus secara nilai konstan [8].

ISSN : 1411-1624
e-ISSN: 2621-8089

Dalam membantu siswa untuk mempelajarai materi kimia metode *Gauss-Jordan* digunakan. Dengan metode *Gauss-Jordan* menyeimbangkan jumlah atom dalam reaktan dan produk dilestarikan karena siswa yang belajar kimia tidak dapat memahami cara menyeimbangkan persamaan rekasi kimia dengan jumlah maksimum atom atau molekul muncul sebagai reaktan dan produk [9].

Pada penelitian ini, metode Gauss-Jordan digunakan dalam mencari nilai koefisien dari persamaan simultan yang dimodelkan dari sebuah rangkaian listrik. Jumlah iterasi yang dibutuhkan oleh metode Gauss-Jordan sebanyak *n* kali jika memiliki jumlah loop sebanyak *n* atau memiliki jumlah variabel *n*. Perhitungan ini jika dilakukan perhitungan untuk menghasilkan suatu matriks berikutnya dengan menghitung sekaligus pengurangan persamaan sebelumnya dengan hasil perkalian masing-masing koefisien dengna matriks ternormalisasi. Namun demikian jika perhitungan pengurangn variabel pada matriks sebelumnya dengan perkalian dengan matriks ternomalissi maka jumlah iterasinya akan sam dengan 2*n*. Dimana nilai *n* adalah jumlah variabel dari persamaan simultannya atau jumlah loop dari rangkaian listrik yang ada.

a. Sistem Persamaan Simultan

Sistem persamaan linier merupahkan kumpulan persamaan-persamaan linier yang memiliki variabel-variabel yang sama. Bentuk umum dari sistem persamaan linier dengan *n* peubah dinyatakan sebagai berikut:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \qquad (1)$$

$$\begin{array}{cccc} \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{array}$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_1$$

Dengan mengunakan perkalian matriks, persamaan (1) di atas sebagai persamaan matriks $Ax = b$

Dengan,

$A = [a_{i,j}]$ adalah matriks berukuran *n x n*

$x = [x_j]$ adalah matriks berukuran *n x 1*

$b = [b_j]$ adalah matriks berukuran *n x 1* (disebut juga vektor kolom) [10] [11].

yaitu:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} (2)$$

b. Eliminasi Gauss-Jordan

Pada metode eliminasi *Gauss-Jordan* kita membuat nol elemen-elemen di bawah maupun di atas diagonal utama suatu matriks. Hasilnya adalah matriks tereduksi yang berupa matriks diagonal satuan (semua elemen pada diagonal utama bernilai 1, elemen-elemen lainnya nol). Dalam bentuk matriks, eliminasi *Gauss-Jordan* ditulis sebagai berikut.

Algoritma Metode *Eliminasi Gauss-Jordan* [10] secara grafik digambarkan seperti pada gambar 1. .

ISSN : 1411-1624
e-ISSN: 2621-8089

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & | & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & | & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & | & b_3 \end{bmatrix}$$

$$\downarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & b_1^{(n)} \\ 0 & 1 & 0 & | & b_2^{(n)} \\ 0 & 0 & 1 & | & b_3^{(n)} \end{bmatrix}$$

$$\downarrow$$

$$\begin{matrix} x_1 & \square & \square & = & b_1^{(n)} \\ \square & x_2 & \square & = & b_2^{(n)} \\ \square & \square & x_3 & = & b_3^{(n)} \end{matrix}$$

Gambar 1. Algoritma metode Gauss-Jordan [10]

Dari algoritma diatas, maka
Solusinya:

$x_1 = b_1^{(n)}, \quad x_2 = b_2^{(n)}, \quad x_3 = b_3^{(n)}$

c. Rangkaian Listrik

Rangkaian listrik merupakan interkoneksi dari sekumpulan elemen atau komponen penyusunnya ditambah dengan rangkaian penghubungnya. bisa menganalisis suatu rangkaian listrik. Dalam satu rangkaian listrik ada elemen yang harus diketahui, yaitu arus dan tegangan. Arus listrik merupakan perubahan kecepatan muatan terhadap waktu dengan symbol *i*. Selama muatan bergerak, maka akan muncul arus, demikianpun sebaliknya. Tegangan sering disebut beda potensial *(voltage)*, merupakan kerja yang dilakukan untuk menggerakan suatu muatan pada elemen atau komponen dari satu termimal/kutub ke terminal/kutub lainnya. Dengan demikian tegangan adalah energi per satuan muatan. Secara matematis ditulis : v=dw/dq dengan satuannya adalah volt. [12] [13].

d. Hukum Arus Kirrchoff

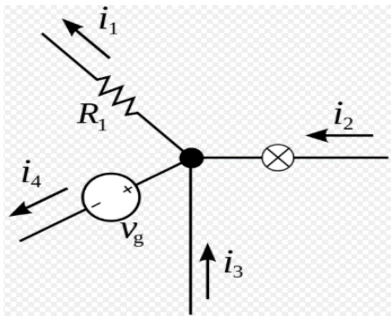
Hukum arus *Kirchoff* (KCL), mengatakan bahwa pada setiap titik percabangan pada rangkaian listrik, jumlah arus yang masuk pada titik sama dengan jumlah arus yang keluar dari titik tersebut. Dengan katalain, total arus pada sebuah titik pada rangkaian listrik sama dengan nol. Tanda positif dan negative menunjukan arah arus pada rangkaian tersebut. [13]. Jika ditulis dalam bentuk rumus sebagai berikut:

$$\sum_{k=1}^{n} I_k = 0 \qquad (4)$$

n adalah jumlah cabang dengan arus yang masuk atau keluar terhadap titik tersebut. Untuk arus yang berbentuk kompleks persamaan (4) diatas ditulis

$$\sum_{k=1}^{n} \bar{I}_k = 0 \qquad (5)$$

Hukum ini berdasar pada kekekalan muatan, (dalam satuan coulomb) adalah hasil kali dari arus (ampere) dan waktu (detik).



Gambar 2. Titik Percabangan Arus Rangkaian Listrik

ISSN : 1411-1624
e-ISSN: 2621-8089

Dengan demikian pada gambar 2 diatas berlaku rumus :

$$i_1 + i_4 = i_2 + i_3 \qquad (6)$$

e. Hukum Tegangan Kirchhoff

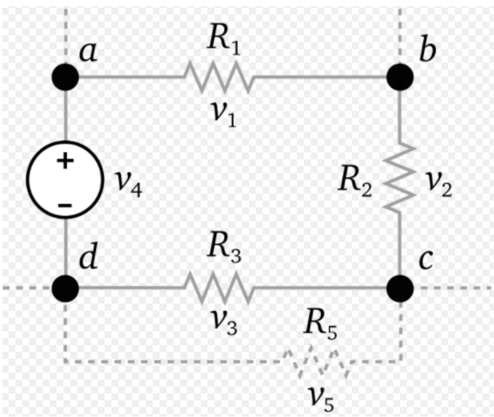
Prinsip kekekalan energi adalah jumlah tegangan (melihat arah tanda positif dan negatif) dari beda potensial atau tegangan listrik pada rangkaian listrik tertutup sama dengan nol. [7]. Mirip dengan hukum pertama Kirchhoff, dapat ditulis dengan rumus :

$$\sum_{k=1}^{n} V_k = 0 \qquad (7)$$

Disini, *n* adalah jumlah tegangan listrik yang diukur. Tegangan listrik ini juga bisa berbentuk kompleks.

$$\sum_{k=1}^{n} \bar{V}_k = 0 \qquad (8)$$

Sebuah tegangan listrik, suatu muatan tidak mendapat atau kehilangan energi setelah berputar dalam satu lingkaran sirkuit karena telah kembali ke potensial awal. Hukum ini tetap berlaku walaupun resistansi ada dalam rangkaian [12] [13].



Gambar 3. Rangkaian Tertutup

Jumlah dari semua tegangan di sekitar *loop* sama dengan nol. Dengan demikian ditulis : $v_1 + v_2 + v_3 - v_4 = 0$………(8)

f. Hukum Ohm

Besarnya arus listrik yang mengalir melalui sebuah penghantar berbanding lurus dengan tegangannya. Demikianlab bunyi dari hukum Ohm, yang secara matematis ditulis dengan persamaan. [12][13] .

$$V=IR \qquad (9)$$

Di mana:

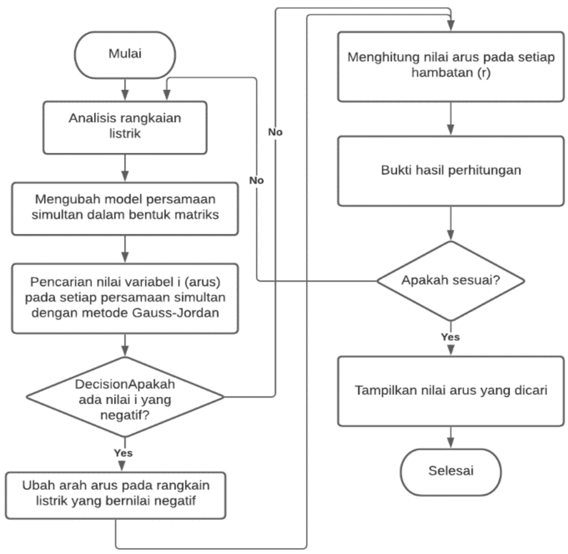
I = nilai arus listrik yang mengalir pada suatu penghantar dalam satuan (A).

V= nilai tegangan listrik pada kedua ujung penghantar (v).

R = nilai hambatan pada penghantar (Ohm).

3. METODOLOGI PENELITIAN

Alur penelitian yang dilakukan (gambar 4).



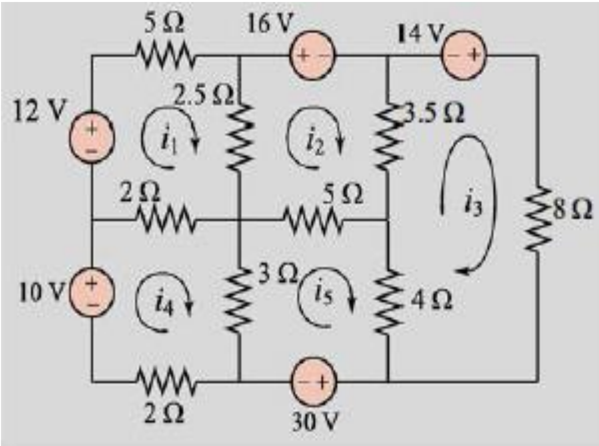
Gambar 4. Alur Metode Penelitian

ISSN : 1411-1624
e-ISSN: 2621-8089

1) Analisis rangkaian listrik. Rangkaian listrik yang ada, setiap loop dicari persamaan model matematikanya. Nilai hambatan (r) dan nilai tegangan yang melewati rangkaian tersebut dimasukan angkanya. Jumlah persamaan model matematika setiap loop berbeda. Jumlah persamaan matematika disesuaikan dengan jumlah loop pada rangkaian listrik.
2) Proses pencarian model matematika tidak sampai pada mencari persamaan setiap loop, tetapi menggabungkan variable-variabel yang sama sehingga menghasilkan sebuah persamaan simultan. Persamaan simultan tersebut menghasilkan sejumlah variable yang tidak diketahui, dalam hal ini arus listtik pada rangkaian.
3) Mengubah model persamaan simultan dalam bentuk matriks. Ukuran matriks yang dihasilkan berorde nxn dengan jumlah variabel yang tidak diketahui berjumlah n juga. Hal ini sesuai dengan jumlah loop pada rangkaian listrik yang diberikan.
4) Pencarian nilai variabel i (arus) pada setiap persamaan simultan dengan metode Gauss-Jordan. Nilai arus yang dihasilkan dianalisis lagi untuk mengetahui arah arus listrik, jika ada nilai I atau arus yang diperoleh bernilai negaif.
5) Penentuan nilai arus pada masing-masing resistor (hambatan) yang terpasang. Menggunakan persamaan V=IR.
6) Pembuktian nilai arus dan tegangan yang sudah diperloleh. Proses ini untuk memastikan jumlah tegangan dan arus pada setiap loop yang ada sesuai dengan hukum arus dan tegangan Kirchof. Sekaligus membuktikan proses perhitungan dengan metode Gauss-Jordan.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada penelitian ini, sebuah rangkaian listrik digunakan sebagai contoh seperti yang ditujukan pada gambar 5:



Gambar 5. Contoh rangkaian listrik [11]

Berdasarkan persamaan (10) dan persamaan (9) setiap loop dicari persamaan yang menghasilkan variabel arus (i), sehingga diperoleh:

Pers. loop 1 : $9{,}5i_1 - 2{,}5i_2 - 2i_4 = 12$
Pers. loop 2 : $-2{,}5i_1 + 11i_2 - 3{,}5i_3 - 5i_5 = -16$
Pers. loop 3 : $-3{,}5i_2 + 15{,}5i_3 - 4i_5 = 14$
Pers. loop 4 : $-2i_1 + 7i_4 - 3i_5 = 10$
Pers. loop 5 : $-5i_2 - 4i_3 - 3i_4 + 12i_5 = -30$

Ada 5 buah persamaan yang diperoleh dari gambar rangkaian diatas. Dengan variabel i_1,i_2, i_3,i_4 dan $i_5$yang mewakili arus pada masing-masing loop. Sementara nilai pada ruas kanan persamaan adalah nilai tegangan pada masing-masing loop. Dengan menggunakan algoritma Gauss-Jordan, penyelesaian untuk mencari nilai

ISSN : 1411-1624
e-ISSN: 2621-8089

masing-masing arus pada loop sebagai berikut: Bentuk matriks dari 5 persamaan diatas ditulis sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} 9{,}5 & -2{,}5 & 0 & -2 & 0 \\ -2{,}5 & 11 & -3{,}5 & 0 & -5 \\ 0 & -3{,}5 & 15{,}5 & 0 & -4 \\ -2 & 0 & 0 & 7 & -3 \\ 0 & -5 & -4 & -3 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ -16 \\ 14 \\ 10 \\ -30 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian dengan metode Gaus Jordan:
Langkah awal dilakukan penambahan matriks identitas dengan ukuran 5x5.

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} 9{,}5 & -2{,}5 & 0{,}000 & -2 & 0{,}000 & 12 \\ -2{,}500 & 11{,}000 & 3{,}500 & 0{,}000 & -5{,}000 & -16 \\ 0{,}000 & 0{,}000 & 0{,}000 & 0{,}000 & 0{,}000 & 14 \\ -2{,}000 & 0{,}526 & 0{,}000 & 0{,}421 & 0{,}000 & 10 \\ 0{,}000 & 0{,}000 & 0{,}000 & 0{,}000 & 0{,}000 & -30 \end{array}\right]$$

1. Iterasi pertama :
   a) Langkah ke-1 (L1), normalisasi bari pertama, dengan melakukan pembagaian dengan 9,9 untuk semua nilai pada baris pertama.

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} 1{,}000 & -0{,}263 & 0{,}000 & -0{,}211 & 0{,}000 & 1{,}263 \\ -2{,}500 & 11{,}000 & 3{,}500 & 0{,}000 & -5{,}000 & -16{,}000 \\ 0{,}000 & 0{,}000 & 0{,}000 & 0{,}000 & 0{,}000 & 14 \\ -2{,}000 & 0{,}526 & 0{,}000 & 0{,}421 & 0{,}000 & 10 \\ 0{,}000 & 0{,}000 & 0{,}000 & 0{,}000 & 0{,}000 & -30 \end{array}\right]$$

   b) Langkah ke-2 (L2)
      - Baris ke-1 (pers.1) sebagai hasil ternormalisasi pada langkah 1
      - Baris ke-2 (pers.2) diperoleh dari a_{21} langkah 1 dikali dengan pers. ternormalisasi (p1)
      - Baris ke-3 (pers.3) diperoleh dari a_{31} langkah 1 dikali dengan pers. ternormalisasi (p1)
      - Baris ke-4 (pers.4) diperoleh dari a_{41} langkah 1 dikali dengan pers. ternormalisasi (p1)
      - Baris ke-5 (pers.5) diperoleh dari a_{51} langkah 1 dikali dengan pers. ternormalisasi (p1).

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} \mathbf{1,000} & \mathbf{-0,263} & \mathbf{0,000} & \mathbf{-0,211} & \mathbf{0,000} & \mathbf{1,263} \\ \mathbf{-2,500} & \mathbf{11,000} & \mathbf{3,500} & \mathbf{0,000} & \mathbf{-5,000} & \mathbf{-3,158} \\ \mathbf{0,000} & \mathbf{0,000} & \mathbf{0,000} & \mathbf{0,000} & \mathbf{0,000} & \mathbf{0,000} \\ \mathbf{-2,000} & \mathbf{0,526} & \mathbf{0,000} & \mathbf{0,421} & \mathbf{0,000} & \mathbf{-2,526} \\ \mathbf{0,000} & \mathbf{0,000} & \mathbf{0,000} & \mathbf{0,000} & \mathbf{0,000} & \mathbf{0,000} \end{array}\right]$$

   c) Langkah ke-3 (L3), proses pengurangan, yaitu koefisien pada langkah 1 dikurangi dengan koefisien pada langkah 2.
      - Baris ke-1 (pers.1) sebagai hasil ternormalisasi pada langkah 1
      - Koefisien pers.2 (L1) – koefisien pers.2 (L2)
      - Koefisien pers.3 (L1) – koefisien pers.3 (L2)
      - Koefisien pers.4 (L1) – koefisien pers.4 (L2)
      - Koefisien pers.5 (L1) – koefisien pers.5 (L2)

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} 1{,}0 & -0{,}263 & 0{,}000 & -0{,}211 & 0{,}000 & 1{,}263 \\ 0{,}0 & 10{,}342 & -3{,}500 & 0{,}526 & -5{,}000 & -12{,}8 \\ 0{,}0 & -3{,}500 & 15{,}500 & 0{,}000 & -4{,}000 & 14{,}00 \\ 0{,}0 & -0{,}526 & 0{,}000 & 6{,}579 & -3{,}000 & 12{,}52 \\ 0{,}0 & -5{,}000 & -4{,}000 & -3{,}000 & 12{,}000 & -30{,}0 \end{array}\right]$$

2. Iterasi ke-2:
   a) Langkah ke-4 (L4), didahului dengan normalisasi persamaan ke-2 dengan membaginya dengan a_{22}. Kemudian untuk baris berikutnya diperoleh:
      - Baris ke-1 (pers.1) diperoleh dari a_{12} langkah 3 dikali dengan pers. ternormalisasi (p2)
      - Baris ke-2 (pers.2) sebagai hasil persamaan ternormalisasi.

ISSN : 1411-1624
e-ISSN: 2621-8089

- Baris ke-3 (pers.3) diperoleh dari a32 langkah 3 dikali dengan pers. ternormalisasi (p2)
- Baris ke-4 (pers.4) diperoleh dari a42 langkah 3 dikali dengan pers. ternormalisasi (p2)
- Baris ke-5 (pers.5) diperoleh dari a52 langkah 3 dikali dengan pers. ternormalisasi (p2).

$$\left[\begin{array}{cccccc|c} 0,0 & -0,263 & 0,089 & 0,013 & 0,127 & & 0,32 \\ 0,0 & 1,000 & -0,338 & -0,051 & -0,483 & & -1,24 \\ 0,0 & -3,500 & 1,184 & 0,178 & 1,692 & & 4,35 \\ 0,0 & -0,526 & 0,178 & 0,027 & 0,254 & & 0,65 \\ 0,0 & -5,000 & 1,692 & 0,254 & 2,417 & & 6,21 \end{array}\right]$$

b) Langkah ke-5 (L5), proses pengurangan, yaitu koefisien pada langkah 3 dikurangi dengan koefisien pada langkah 4

- Koefisien pers.1 (L3) – koefisien pers.1 (L4)
- Baris ke-2 (pers.2) sebagai hasil ternormalisasi pada langkah 4
- Koefisien pers.3 (L3) – koefisien pers.3 (L4)
- Koefisien pers.4 (L3) – koefisien pers.4 (L4)
- Koefisien pers.5 (L3) – koefisien pers.5 (L4).

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} 1,0 & 0,0 & -0,089 & -0,224 & -0,127 & 0,395 \\ 0,0 & 1,0 & -0,338 & -0,051 & -0,483 & -1,242 \\ 0,0 & 0,0 & 14,316 & 0,178 & -5,692 & 9,654 \\ 0,0 & 0,0 & -0,178 & 6,552 & -3,254 & 11,87 \\ 0,0 & 0,0 & -5,692 & -3,254 & 9,583 & -36,29 \end{array}\right]$$

3. Iterasi ke-3 :

a) Langkah ke-6, didahului dengan normalisasi persamaan ke-3 dengan cara membaginya dengan a_{33}. Kemudian baris berikutnya diperoleh:

- Baris ke-1 (pers.1) diperoleh dari a_{13} langkah 5 dikali dengan pers. ternormalisasi (p3).
- Baris ke-2 (pers.2) diperoleh dari a23 langkah 5 dikali dengan pers. ternormalisasi (p3).
- Baris ke-3 (pers.3) sebagai hasil persamaan ternormalisasi.
- Baris ke-4 (pers.4) diperoleh dari a43 langkah 5 dikali dengan pers. ternormalisasi (p3)
- Baris ke-5 (pers.5) diperoleh dari a53 langkah 5 dikali dengan pers. ternormalisasi (p3)

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} 0,0 & 0,0 & -0,089 & 0,001 & 0,035 & -0,060 \\ 0,0 & 0,0 & -0,338 & 0,004 & 0,135 & -0,228 \\ 0,0 & 0,0 & 1,000 & -0,012 & -0,398 & 0,674 \\ 0,0 & 0,0 & -0,178 & 0,002 & 0,071 & -0,120 \\ 0,0 & 0,0 & -5,692 & 0,071 & 2,263 & -3,839 \end{array}\right]$$

b) Langkah ke-7, proses pegurangan, yaitu koefisien pada langkah 5 dikurangi dengan koefisien pada langkah 6.

- Koefisien pers.1 (L5) – koefisien pers.1 (L6)
- Koefisien pers.2 (L5) – koefisien pers.2 (L6)
- Baris ke-3 (pers.3) sebagai hasil ternormalisasi pada langkah 5
- Koefisien pers.4 (L5) – koefisien pers.4 (L6)
- Koefisien pers.5 (L5) – koefisien pers.5 (L6)

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} 1,0 & 0,0 & 0,0 & -0,225 & -0,163 & 0,996 \\ 0,0 & 1,0 & 0,0 & -0,055 & -0,618 & -1,014 \\ 0,0 & 0,0 & 1,0 & -0,012 & -0,398 & 0,674 \\ 0,0 & 0,0 & 0,0 & 6,550 & -3,325 & 11,993 \\ 0,0 & 0,0 & 0,0 & -3,325 & 7,319 & -32,370 \end{array}\right]$$

4. Iterasi ke-4.

ISSN : 1411-1624
e-ISSN: 2621-8089

a) Langkah ke-8, didahului dengan ormalisasi persamaan ke-4, dengan cara membaginya dengan a_{44}. Kemudian baris berikutnya diperoleh:
   - Baris ke-1 (pers.1) diperoleh dari a_{14} langkah 7 dikali dengan pers. ternormalisasi (p4)
   - Baris ke-2 (pers.2) diperoleh dari a24 langkah 7 dikali dengan pers. ternormalisasi (p4)
   - Baris ke-2 (pers.3) diperoleh dari a34 langkah 7 dikali dengan pers. ternormalisasi (p4)
   - Baris ke-4 (pers.4) sebagai hasil persamaan ternormalisasi.
   - Baris ke-5 (pers.5) diperoleh dari a54 langkah 7 dikali dengan pers. ternormalisasi (p4).

$$\begin{bmatrix} 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & -0{,}225 & 0{,}114 & & -0{,}421 \\ 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & -0{,}055 & 0{,}002 & | & -0{,}1009 \\ 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & -0{,}012 & 0{,}006 & | & -0{,}023 \\ 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 1{,}000 & -0{,}508 & | & 1{,}831 \\ 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & -3{,}325 & 1{,}688 & & -6{,}089 \end{bmatrix}$$

b) Langkah ke-9, proses pengurangan, yaitu koefisien pada langkah 7 dikurangi dengan koefisien pada langkah 8
   - Koefisien pers.1 (L7) – koefisien pers.1 (L8)
   - Koefisien pers.2 (L7) – koefisien pers.2 (L8)
   - Koefisien pers.3 (L7) – koefisien pers.4 (L8)
   - Baris ke-4 (pers.4) sebagai hasil ternormalisasi pada langkah 8
   - Koefisien pers.5 (L7) – koefisien pers.5 (L8)

$$\begin{bmatrix} 1{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & -0{,}277 & & 1{,}408 \\ 0{,}0 & 1{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & -0{,}646 & | & -0{,}913 \\ 0{,}0 & 0{,}0 & 1{,}0 & 0{,}0 & -0{,}404 & | & 0{,}697 \\ 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 1{,}0 & -0{,}508 & | & 1{,}831 \\ 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 5{,}631 & & -26{,}209 \end{bmatrix}$$

5. Iterasi ke-5.

   a) Langkah ke-10 (L10), didahuli dengan normalisasi persamaan ke-5 dengan membaginya dengan koefisien a_{55}. Kemudian koefisien berikutnya diperoleh:
      - Baris ke-1 (pers.1) diperoleh dari a_{15} langkah 9 dikali dengan pers. ternormalisasi (p5)
      - Baris ke-2 (pers.2) diperoleh dari a_{25} langkah 9 dikali dengan pers. ternormalisasi (p5)
      - Baris ke-2 (pers.3) diperoleh dari a_{35} langkah 9 dikali dengan pers. ternormalisasi (p5)
      - Baris ke-4 (pers.4) diperoleh dari $a_4$5 langkah 9 dikali dengan pers. ternormalisasi (p5)
      - Baris ke-5 (pers.5) sebagai hasil persamaan ternormalisasi.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0,0} & \mathbf{0,0} & \mathbf{0,0} & \mathbf{0,0} & \mathbf{-0,277} & & \mathbf{1,292} \\ \mathbf{0,0} & \mathbf{0,0} & \mathbf{0,0} & \mathbf{0,0} & \mathbf{-0,646} & | & \mathbf{3,015} \\ \mathbf{0,0} & \mathbf{0,0} & \mathbf{0,0} & \mathbf{0,0} & \mathbf{-0,404} & | & \mathbf{1,8852} \\ \mathbf{0,0} & \mathbf{0,0} & \mathbf{0,0} & \mathbf{0,0} & \mathbf{-0,508} & | & \mathbf{2,3694} \\ \mathbf{0,0} & \mathbf{0,0} & \mathbf{0,0} & \mathbf{0,0} & \mathbf{1,0} & & \mathbf{-4,6671} \end{bmatrix}$$

a) Langkah ke-11, proses pengurangan.
   - Koefisien pers.1 (L9) – koefisien pers.1 (L10)
   - Koefisien pers.2 (L9) – koefisien pers.2 (L10)
   - Koefisien pers.3 (L9) – koefisien pers.4 (L10
   - Koefisien pers.4 (L9) – koefisien pers.5 (L10)

ISSN : 1411-1624
e-ISSN: 2621-8089

- Baris ke-5 (pers.5) sebagai hasil ternormalisasi pada langkah 10

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & & 0{,}116 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & | & -3{,}928 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & | & -1{,}188 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & | & -0{,}538 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & & -4{,}667 \end{bmatrix}$$

Pada tahap ini yaitu iterasi ke-5, variabel yang dicari sudah diperoleh, yaitu nilai *i* atau arus pada setiap loop. Nilainya pada setiap loop terlihat pada kolom terakhir matriks pada langkah ke-11. Masing-masing nilai *i* untuk setiap loop, loop 1 sampai loop ke-5.

Jumlah iterasi dari metode Gauss-Jordan sebanyak 5 kali untuk mendapatkan nilai akhir yang dicari. Jumlah iterasi ini sesuai dengan jumlah loop dari rangkain listrik yang diberikan atau sama dengan jumlah variabel yang dicari.

Variabel arus yang dicari sudah didapat nilainya. Namun demikian, karena tidak ada nilai arus listrik yang negatif, maka arah arus dari gambar semula (gambar 3), dirubah untuk yang nilai arusnya negatif.

Arah arus setiap loop sesuai dengan hasil perhitungan adalah: loop 1, searah jarum jam, loop 2, loop 3, loop 4 dan loop5 berlawanan dengan arah jarum jam. Dengan hasil ini bisa dihitung nilai tegangan pada masing-masing hambatan sesuai dengan persamaan (8). Sebagai contoh, untuk loop 1, meghitung nilai tegangan pada hambatan pada r=5 Ohm, diperoleh v=0,116 (ampere) * 5 (ohm) = 0,560 Volt. Demikian juga untuk mencari tegangan pada setiap hambatan.

4. KESIMPULAN

Kesimpulan dari penelitian ini adalah jumlah iterasi metode Gauss-Jordan untuk mencari nilai arus pada sebuah rangkaian listrik sebanyak *n* iterasi, dengan n adalah jumlah loop dari rangkaian listrik atau jumlah variabel pada persamaan simultan. Pada penelitian ini, jumlah iterasi metode Gauss-Jordan yang berhasil diterapkan dalam rangkaian listrik yang memiliki 5 loop, dan memiliki 5 buah persamaan simultan yang berukuran 5x5 atau 5 buah variabel berhasil diperoleh nilai arusnya. Pada iterasi ke-5, langkah ke-11, terlihat bahwa sudah terbentuk matriks identitas bagian kiri dan nilai *i* (sebagai arus pada masing-masing loop) yang dicari pada kolom kanan matriks.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Michailidis, P, D., Margaritis, K., G., 2011, Open Multi Processing (OpenMP) of Gauss-Jordan Method for Solving System of Linear Equations, *11th IEEE International Conference on Computer and Information Technology*, 978-0-7695-4388-8/11 $26.00 © 2011 IEEE, DOI 10.1109/CIT.2011.47

[2] Megha, 2016, Comparative analysis of gauss elimination and gauss-Jordan elimination, *International Journal of Multidisciplinary Education and Research*, ISSN: 2455-4588; Impact Factor: RJIF 5.12, www.multieducationjournal.com, Volume 1; Issue 3; May 2016; Page No. 72-77.

[3] Saeed,M., Nisar, S., Razzaq, S., Masood, R., Imran,.R., 2015, Gaussian Elimination Method-A Study of Applications, Global *Journal of Science Frontier Research: F, Mathematics and Decision Sciences*, Volume 15 Issue 5 Version 1.0 Year 2015 Type : Double Blind Peer Reviewed International Research Journal Publisher:

ISSN : 1411-1624
e-ISSN: 2621-8089

Global Journals Inc. (USA) Online ISSN: 2249-4626 & Print ISSN: 0975-5896

[4] DasGupta, D, 2013, "*In-Place Matrix Inversion by Modified Gauss-Jordan Algorithm*", Applied Mathematics, 2013, 4,1392-1396, http://dx.doi.org/10.4236/am.2013.410188, Published Online October 2013.

[5] Juya, A.Y.M., Archila, A.C., 2019, *Iterative refinement of the Gauss-Jordan method, in ill conditioned systems*, Ciencia en Desarrollo, Vol. 10 No. 2, 2019.

[6] Hasanudin, M., Kristiadi, D.P., Yuliana, K., Tarmizi, R., Kuswardani, D., Abdurrasyid, A., Using Gauss - Jordan elimination method with The Application of Android for Solving Linear Equations, International *Journal for Educational and Vocational Studies*, Vol. 1, No. 6, October 2019, pp. 609-613.

[7] Xingping Sheng X., 2018, *Computation of weighted Moore–Penrose inverse through Gauss–Jordan elimination on bordered matrices*, Applied Mathematics and Computation 323 (2018) 64–74, www.elsevier.com/locate/amc, https://doi.org/10.1016/j.amc.2017.11.041.

[8] Hartono, Rifdian I.S., Slamet H., 2020, "Work Analysis of Constant Current Regulator BF 1200 With Current Loop and Gauss Jordan Method as Learning Media for Cadets", Advances in Engineering Research, volume 196, *International Joint Conference on Science and Engineering* (IJCSE 2020),

[9] Weldesemaet, M.K., 2018, The Importance of Gauss-Jordan Elimination Methods for Balancing Chemical Reaction Equation, *IJEDR*, Vo. 6, Issue 2, ISSN: 2321-9939

[10] Chapra, S.C., Canale, R.P, *Numerical methods for engineers*, 6th, 2010, Mc Graw-Hill Companies, ISBN 978–0–07–340106–5, pp.227-324.

[11] Sauer T., *Numerical Analysis, 2t*h, 2012, Pearson, ISBN-13: 978-0-321-78367-7, pp.99-135

[12] https://id.wikipedia.org/wiki/Hukum_sirkuit_Kirchhoff, (diakses tgl 13/02/2021)

[13] https://id.wikipedia.org/wiki/Hukum_Ohm, (diakses tgl 13/02/2021).