ISSN : 1411-1624
e-ISSN: 2621-8089

NILAI AWAL PADA METODE *SECANT* YANG DIMODIFIKASI DALAM PENENTUAN AKAR GANDA PERSAMAAN NON LINEAR

Patrisius Batarius[1], Alfry Aristo J. Sinlae[2]
Dosen Program Studi Ilmu Komputer Universitas Katolik Widya Mandira[1,2]
Jalan San Juan 2, Penfui Kupang NTT
Sur-el : patrisbatarius@gmail.com[1], alfry.aj@gmail.com[2]

Abstract : *Determining the root of an equation means making the equation equal zero, (f (f) = 0). In engineering, there are often complex mathematical equations. With the numerical method approach, the equation can be searching for the value of the equation root. However, to find a double root approach with several numerical methods such as the bisection method, regulatory method, Newton-Raphson method, and Secant method, it is not efficient in determining multiple roots. This study aims to determine the roots of non-linear equations that have multiple roots using the modified Secant method. Besides knowing the effect of determining the initial value for the Secant method that is modifying in determining the non-linear root of persistence that has multiple roots. Comparisons were also make to other numerical methods in determining twin roots with the modified Secant method. A comparison is done to determine the initial value used. Simulations are performing on equations that have one single root and two or more double roots.*

Keywords: *The Secant Method, The Modified Form, Twin Roots.*

Abstrak : *Penentuan akar suatu persamaan berarti membuat persamaan tersebut sama dengan nol, (f(f)=0). Di bidang teknik sering dijumpai persamaan matematika yang kompleks. Dengan pendekatan metode numerik persamaan bisa di cari nilai akar persamaannya. Akan tetapi untuk mencari akar ganda pendekatan dengan beberapa metode numerik seperti metode bisection, metode regulafalsi, metode Newton-Raphson dan metode Secant justru tidak efisien dalam menentukan akar ganda. Penelitian ini bertujuan menentukan akar persamaan non linear yang memiliki akar ganda dengan menggunakan metode Secant yang dimodifikasi. Selain itu mengetahui pengaruh penentuan nilai awal untuk metode Secant yang dimodifikasi dalam menentukan akar persamanan non-linear yang memiliki akar ganda. Perbandingan dilakukan juga pada metode numerik lainnya dalam mementukan akar kembar dengan metode Secant yang dimodifikasi. Perbandaingan dilakukan pada penentuan nilai awal yang digunakan. Simulasi dilakukan pada persamaan yang memiliki 1 akar tunggal dan 2 atau lebih akar ganda.*

Kata kunci*: Metode secant, Secant yang dimofikasi, akar kembar.*

1. PENDAHULUAN

Bidang teknik sering dijumpai persamaan dan model matematika. Persamaan-persamaan matematika tersebut ada yang berbentuk persamaan linear, ada yang berbentuk eksponensial, ada yang berbentuk polynomial. Selain persamaan-persamaan matematika yang bersifat sederhana ada pula yang bentuknya kompleks. Sehingga sering menemui kesulitan dalam proses mencari solusi persamaan-persamaan matematika khususnya persamaan yang bersifat kompleks.

Proses pencarian akar persamaan-persamaan matematika sama halnya membuat persamaan itu menjadi nol, f(x)=0. Tidak semua persamaan yang ada bisa diselesaikan dengan mudah menggunakan teori matematika, apalagi jika persamaannya sangat kompleks. Salah satu pendekatan untuk mencari akar-akar persamaan

 ISSN : 1411-1624
e-ISSN: 2621-8089

tersebut dengan menggunakan pendekatan metode numerik. Persaman-persamaan matematika yang kompleks sering menggunakan metode numerik dalam mencari solusinya.

Akar suatu persamaan, tidak selamanya tunggal. Persamaan-persamaan matematika sering memiliki akar ganda. Pencari akar tunggal dengan beberapa metode numerik seperti metode *bisection*, metode *Newton-Raphson*, metode *Secant*, metode regulaflasi, tidak mengalami kesulitan. Ada kelemahan dan kelebihan dari masing-masing metode dalam hal kecepatan konvergensi.

Namun demikian tidak semua persamaan-persamaan matematika memiliki akar tunggal. Sering dijumpai persamaan-persamaan yang memiliki akar ganda, baik akar ganda genap maupun akar ganda yang jumlahnya ganjil. Persamaan-persamaan matematika dalam bidang teknik juga sering dijumpai persamaan yang memiliki akar ganda. Metode numerik yang disebutkan diatas, sulit menemukan akar dari persamaan-persamaan yang memiliki akar ganda. Jika digunakan kesulitan mencapai konvergensi dan malah tidak mendapatkan solusinya.

Sehingga salah satu cara dengan melakukan proses modifikasi metode *Newton-Raphson* dan metode *Secant* [1]. Hasil modifikasi kedua metode ini bisa mencari akar ganda dari persamaan-persamaan matematika yang memiliki akar ganda yang jumlahnya genap atau ganjil.

Proses penentuan akar, baik akar tunggal maupun akar ganda sangat dipengaruhi oleh pemilihan nilai tebakan awal. Apakah tebakan awal yang dipilih akan mempercepat konvergensi bagi pencarian akar tunggal atau akar ganda? Apakah pemilihan nilai tebakan awal yang dipilih dekat dengan akar tunggal menghasilkan akar tunggal atau malah menghasilkan akar ganda dalam proses pencarian akarnya. Apakah ada pengaruh pemilihan nilai tebakan awal yang ditentukan secara acak baik x_{i-1} maupun x_i terhadap akar ganda yang diperoleh.

Penelitian ini bertujuan mengetahui pengaruh penentuan nilai awal dalam menentukan akar ganda pada metode *Secant* yang dimodifikasi. Selain itu membandingkan kinerja metode numerik yang lainnya dengan metode *Secant* yang dimodifikasi dalam menentukan akar persamaan, yang memiliki akar ganda.

Penelitian tentang pencarian akar suatu persamaan *non linear*, lebih pada persamaan yang memiliki akar tunggal. Beberapa metode yang digunakan dibandingkan dengan metode lainnya. Diantaranya perbandingan metode *Secant*, metode *Newton-Raphson* dan metode *bisection*. Parameter yang dibandingkan adalah jangka waktu iterasi dan tingkat *error*. Tingkat konvergensi yang cepat dari ketiga metode itu adalah metode *Newton-Raphson*. Metode yang lebih efektif dan lebih cepat menemukan akar adalah metode *Secant*[2].

Pencarian akar persamaan matematik perlu diperhatikan mengenai efisiensi. Metode *Secant* cukup efisien dalam hal ini untuk dikembangkan[3]. Metode *Secant* juga efisien dalam menganalisis konvergensi suatu

ISSN : 1411-1624
e-ISSN: 2621-8089

persamaan[4]. Dari sisi konvergensi tingkat konversgensi metode *Secant* lebih efektif [5]. Sementara itu, metode *Newton-Raphson* efektif dalam mementukan nilai intrinsik. Metode *Secant* paling efektif dalam menyelesaikan persamaan f(x)=0 pada *range* [0,1], [6]. Untuk fungsi *f(x)=cos x – exp(x)* pada daerah interval [0,], metode *bisection* paling efektif dalam menentukan akar daripada metode lainnya [7].

Derajat persamaan mempengaruhi tingkat konvergensi beberapa metode numeric[8]. Fungsi-fungsi tertentu metode *Newton-Raphson* memiliki tingkat konvergensi lebih baik,[9].

Dalam pengembangan selanjutnya, metode pencarian akar dilakukan dengan menggabungakan beberapa metode[10]. Metode *Secant* dan *Newton-Raphson*, dikembangkan dengan pendekatan geometri untuk mencari akar persamaan non linear dengan nama metode *Newton-Secant* [11]. Dengan metode *Newton-Raphson* nilai awal yang dipilih dekat dengan akar tunggal maka akarnya terletak pada sekitar atau sama dengan akar tunggal. Namun dengan metode *Newton-Raphson* yang dimodifikasi pemilihan nilai awal lebih dekat dengan akar tunggal, nilai akar yang dihasilkan menunjuk pada akar ganda[12]. Pemilihan nilai x_i yang berubah-ubah dan nilai awal (x_{i-1}) yang tetap berpengaruh pada hasil akar tunggal dan akar ganda yang muncul[12].

Dari uraian diatas, pencarian akar yang dibahas merupakan akar tunggal, baik persamaan polynomial, persamaan sinusoidal. Penelitian ini membahas persamaan polynomial non linear yang memiliki akar ganda. Metode yang digunakan metode metode *Secant* yang dimodifikasi.

2. METODOLOGI P ENELITIAN

Adapun metodologi dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Studi literatur
2. Simulasi pencarian akar ganda persamaan *non-linear* dengan berbagai pendekatan metode numerik (*bisection, regulafalsi, Newton_raphson, Secant*)
3. Simulasi pencarian akar ganda persamaan *non- linear* dengan berbagai pendekatan metode *Secant* yang dimodifikasi ((*bisection, regulafalsi, Newton_raphson, Secant, Secant* yang dimodifikasi)
4. Penentuan nilai awal yang sama untuk beberapa metode numerik dengan metode *Secant* yang dimodifikasi
5. Penentuan nilai awal yang dekat dengan salah satu akar tunggal metode *Secant* yang dimodifikasi
6. Melakukan perbandingan dan menarik kesimpulan
7. Selesai

2.1. Metode *Secant*

Metode *Secant* merupakan metode yang mengatasi kelemahan dari metode Newton-Raphson. Metode Newtoan-Raphson mensyaratkan untuk mencari nilai turunan pertama dari fungsi f(x)[13]. Proses mencari nilai turunan membutuhkan waktu. Selain itu, tidak semua persamaan mudah untuk mencari turunannya. Untuk mengatasi kesulitan ini,

ISSN : 1411-1624
e-ISSN: 2621-8089

mencari persamaan yang ekivalen dengan rumus turunan fungsi, dengan menggunakan gradient garis yang melalui titik $(x_0, f(x_0))$ dan $(x_1, f(x_1))$.
Secara umum rumus metode *Secant* ditulis:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)*(x_{i-1}-x_i)}{f(x_{i-1})-f(x_i)} \dots\dots\dots\dots (1)$$

Prosedur metode *secant* :
Tentukan dua titik awal, x_{i-1} dan x_1. Penentuan titik awal dilakukan sembarang. Setelah itu hitung x_{i+1} menggunakan rumus persamaan (1) diatas. Pada iterasi selanjutnya titik yang diambil adalah $x_1$dan x_2 sebagai titik awal untuk menghitung x_3. Kemudian x_2 dan x_3 ditentukan sebagai titik awal untuk menghitung x_4. Dilakukan terus menerus sampai mencapai error yang cukup kecil.

2.2. Metode *Secant* Yang Dimodifikasi

Akar-akar ganda sulit dicari dengan metode-metode numerik yang ada. Metode terbuka seperti metode bisection dan metode regulafalsi akan divergen jika mencari akar ganda. Sementara pada metode terbuka seperti metode Newton-Raphson dan metode *Secant* harus mencari turunan dari persamaan yang akan diacari. Hal ini ada kemungkinan akan terjadi pembagian dengan nol jika solusi konvergen sangat mendekati akar.
Cara untuk menanggulangi masalah ini adalah dengan kenyataan bahwa f(x) senantiasa mencapai o sebelum f'(x) mencapai nol. Ralston dan Rabinowitz (1978) dalam Chapra, (2008) [13], telah menunjukkan bahwa mbahwa perubahan sedikit dalam perumusan mengembalikannya ke kekonvergenan kuadrat ditulis dalam persamaan:

$$x_{i+1} = x_i - m\frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \dots\dots\dots\dots (2)$$

Dengan m adalah bilangan multiplisitas akar, misalnya :

- Akar tunggal m=1
- Akar ganda dua m=2
- Akar ganda tiga m=3, dan seterusnya.

Alternatif lain yang juga disarankan oleh Ralston dan Rabinowitz (1978) adalah mendefinisikan suatu fungsi baru u(x), yaitu rasio (hasil bagi) fungsi terhadap turunannya [13]. Persamaannya ditulis

$$u(x) = \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \dots\dots\dots\dots (3)$$

Persamaan (3) mempunyai akar pada lokasi yang sama seperti fungsi semula. Metode *Secant* yang dimodifikasi bisa digunakan untuk mencari akar ganda. Pengembangan metode *Secant* modifikasi diperoleh dari memasukan persamaan (3) ke persmaan (1). Dengan demikian persamaan *Secant* yang dimodifikasi untuk mencari akar ganda ditulis :

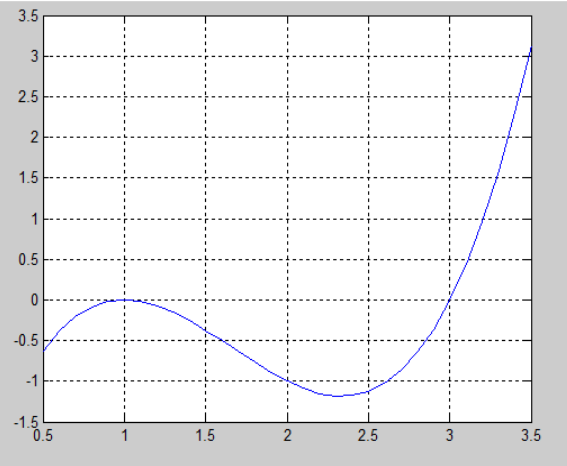
$$x_{i+1} = x_i - \frac{u(x_i)(x_{i-1}-x_i)}{u(x_{i-1})-u(x_i)} \dots\dots\dots\dots (4)$$

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Persamaan Yang Diselesaikan

Pada pembahasan ini, menggunakan dua buah persamaan yang memilikik 1 akar tunggal dan 2 akar ganda dan 1 akar tunggal dan 3 akar ganda. Adapun dapat dilihat pada gambar 1. $f(x) = (x-3)(x-1)(x-1) = x^3 - 5x^2 - 7x - 3$

ISSN : 1411-1624
e-ISSN: 2621-8089



Gambar 1. Grafik persamaan

Secara analisis biasa, soal nomor 1 dan 2 diatas memiliki akar pada titik x=3 dan x=1 (akar kembar). Persamaan pertama memiliki 1 akar tunggal dan 2 (genap) akar ganda. Persamaan ke-2 memiliki 1 akar tunggal dan 3 (ganjil) akar ganda.

3.2. Penyelesaian Dengan Beberapa Metode Numerik

Beberapa metode numerik yang digunakan untuk menyelesaikan dua persamaan diatas bisa dilihat hasilnya pada tabel berikut:

1. Untuk persamaan $f(x) = (x-3)(x-1)(x-1) = x^3 - 5x^2 - 7x - 3$
   Penyelesaian dengan memilih nilai x_i =0,5 dan nilai x_u=2 (untuk metode Bisection dan metode regulafalsi) dan x_i=0,5 untuk metode Newton Raphson dan x_{i-1}=0,5 dan x_i=2 untuk metode *Secant* dan metode *Secant* yang dimodifikasi.

Dari tabel 1, hasil menunjukan dengan 10 iterasi metode tertutup seperti metode bisection dan metode regulafalsi terlihat ada konvergensi. Ditunjukan dengan eror makin kecil jika iterasi semakin banyak. Demikian juga untuk metode terbuka, yaitu metode Newton Raphson dan metode *Secant*. Kedua metode ini terlihat konvergen meskipun belum mendapatkan nilai akar yang dicari. Metode *Secant* yang dimodifikasi menunjukan kecepatan konvergensi hanya dalam 5 iterasi sudah mencari *error approximation (ea)* 0%.

Tabel 1. Perbandingan Pencari Akar Ganda untuk Beberapa Metode Numerik

Iterasi	*Bisection*	*ea (%)*	*Regulafalsi*	*ea (%)*	*Newton-Raphson*	*ea (%)*	*Secant*	*ea (%)*	*Secant Modifikasi*	*ea (%)*
1	1.250	-	0.857	-	-0.178	381.250	0.857	5,800.000	0.778	157.143
2	1.625	23.077	0.864	85.920	-0.552	67.799	0.864	85.920	0.895	13.072
3	1.813	10.345	0.871	34.239	-2.017	72.635	0.906	53.545	1.005	10.970
4	1.906	4.918	0.876	20.138	-1.330	51.638	0.926	37.642	1.000	0.511
5	1.953	2.400	0.881	14.468	-0.909	46.327	0.945	2,720.452	1.000	0.012
6	1.977	1.186	0.886	11.898	-0.577	57.667	0.958	102.230	1.000	0.000
7	1.988	0.589	0.890	10.889	-4.047	85.751	0.968	202.832		
8	1.994	0.294	0.893	10.961	-2.560	58.095	0.976	149.285		
9	1.997	0.147	0.896	12.123	-1.655	54.681	0.982	164.959		
10	1.999	0.073	0.899	14.854	-1.112	48.799	0.986	94.330		

ISSN : 1411-1624
e-ISSN: 2621-8089

Tabel 2. perbandingan pencari akar ganda untuk beberapa metode numerik

iterasi	*Bisection*	*ea (%)*	*Regulafalsi*	*ea (%)*	*Newton-Raphson*	*ea (%)*	*Secant*	*ea (%)*	*Secant Modifikasi*	*ea (%)*
1	1.250	-	0.857	-	0.656	23.810	0.857	133.33	0.857	1.333
2	0.875	42.857	0.864	0.843	0.765	14.271	0.864	0.821	0.955	0.102
3	0.688	27.273	0.871	0.725	0.841	8.980	0.906	4.633	1.001	0.046
4	0.781	12.000	0.876	0.632	0.893	5.794	0.926	2.164	1.000	0.001
5	0.828	5.660	0.881	0.557	0.928	3.789	0.945	1.970	1.000	0.000
6	0.852	2.752	0.886	0.495	0.952	2.496	0.958	1.373		
7	0.863	1.357	0.890	0.444	0.968	1.652	0.968	1.061		
8	0.869	0.674	0.893	0.401	0.978	1.096	0.976	0.789		
9	0.872	0.336	0.896	0.364	0.986	0.729	0.982	0.597		
10	0.874	0.168	0.899	0.333	0.990	0.485	0.986	0.449		

2. Untuk persamaan $f(x) = (x-3)(x-1)(x-1)(x-1) = x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 10x + 3$

Seperti pada persamaan pertama, penyelesaian persamaan yang kedua ini dengan memilih nilai x_i =0,5 dan nilai x_u=2 (untuk metode Bisection dan metode regulafalsi) dan x_i=0,5 untuk metode Newton Raphson dan x_{i-1}=0,5 dan x_i=2 untuk metode *Secant* dan metode *Secant* yang dimodifikasi. Tabel 2. hasil perbandingan nilai akar yang dicari. Seperti pada tabel 2, perbandingan beberapa metode numeric dalam mencari akar ganda lebih efektif menggunakan metode *secant* yang dimodifikasi. Dengan metode ini hanya 5 iterasi sudah mendapatkan akar gand yang dicari dengan *error approximation* (*ea*) 0%. Dibandingkan dengan metode lainnya, sudah 10 iterasi belum juga mendapatkan nilai akarnya

3.3. Penyelesaian Dengan Metode *Secant* Yang Dimodifikasi

Untuk mencari akar ganda dari persamaan menggunakan persamaan 8. Secara analitik akar dari persamaan diatas yang diambil contoh adalah x=3 dan x= 1 (akar ganda). Pada simulasi ini, menggunakan beberapa alternatif dalam pemilihan nilai awal, baik x_i maupun x_{i-1}.

Berikut hasil akar ganda yang dicari dengan variasi nilai awal yang ditentukan.

1. Untuk persamaan $f(x) = (x-3)(x-1)(x-1) = x^3 - 5x^2 - 7x - 3$

a. Nilai x_{i-1} tetap dan nilai x_i diubah-ubah

Tabel 3. Hasil pencarian akar untuk x_{i-1} tetap dan nilai x_i diubah-ubah

x_{i-1}=0.5 dan x_i=1,5			x_{i-1}=0.5 dan x_i=2			x_{i-1}=0.5 dan x_i=3.5			x_{i-1}=0.5 dan x_i=4		
Jumlah iterasi dan dan dan error approximation (ea)											
iterasi	x_r	*ea*	*iterasi*	x_r	*Ea*	*iterasi*	x_r	*ea*	*iterasi*	x_r	*ea*
1	0.931	61.111	1	0.778	157.143	1	1.667	110.000	1	1.462	173.684
2	0.989	5.845	2	0.895	13.072	2	11.000	84.848	2	-0.636	329.670
3	1.000	1.136	3	1.005	10.970	3	0.091	12,000.000	3	0.855	174.409
4	1.000	0.019	4	1.000	0.511	4	1.327	93.148	4	1.030	16.962
5	1.000	0.000	5	1.000	0.012	5	0.937	41.594	5	0.999	3.098
			6	1.000	0.000	6	0.994	5.732	6	1.000	0.102
						7	1.000	0.607	7	1.000	0.001
						8	1.000	0.009	8	1.000	0.000
						9	1.000	0.000			

ISSN : 1411-1624
e-ISSN: 2621-8089

b. Dipilih x_{i-1} nilai tetap dan nilai x_i dekat dengan salah satu akar tunggal

Tabel 4. Hasil pencarian akar untuk x_{i-1} tetap dan nilai x_i dekat dengan salah satu akar tunggal

x_{i-1}=0.5 dan x_i=2.8			x_{i-1}=0.5 dan x_i=2.9			x_{i-1}=0.5 dan x_i=3.1			x_{i-1}=0.5 dan x_i=3.3		
Jumlah iterasi dan dan dan error approximation (ea)											
iterasi	x_r	*ea*	*iterasi*	x_r	*ea*	*iterasi*	x_r	*Ea*	*iterasi*	x_r	*ea*
1	-17.000	116.471	1	5.222	44.468	1	2.355	31.644	1	1.868	76.667
2	3.656	565.022	2	3.117	67.524	2	3.095	23.915	2	4.032	53.667
3	2.291	59.541	3	2.890	7.873	3	3.090	0.153	3	18.801	78.557
4	3.743	38.787	4	3.013	4.089	4	2.992	3.278	4	2.247	736.781
5	3.846	2.679	5	3.002	0.383	5	3.001	0.283	5	-26.624	108.439
6	2.722	41.284	6	3.000	0.051	6	3.000	0.022	6	-5.766	361.765
7	3.212	15.241	7	3.000	0.001	7	3.000	0.000	7	1.529	477.022
8	3.064	4.838	8	3.000	0.000				8	0.677	125.739
9	2.988	2.527							9	0.949	28.595
10	3.001	0.417							10	1.003	5.453
11	3.000	0.024							11	1.000	0.351
12	3.000	0.000									

c. Dipilih x_{i-1} dan x_i yang berubah-ubah

Tabel 5. Hasil pencarian akar untuk x_{i-1} dan nilai x_i dipilih berubah-ubah

x_{i-1}= -1 dan x_i=5			*x_{i-1}= -2.5 dan x_i=2.5*			*x_{i-1}= -3 dan x_i=*			*x_{i-1}=-5 dan x_i=5*		
Jumlah iterasi dan dan dan error approximation (ea)											
iterasi	x_r	*ea*	*iterasi*	x_r	*ea*	*iterasi*	x_r	*Ea*	*iterasi*	x_r	*ea*
1	1.667	200.000	1	-17.000	114.706	1	1.667	320.000	1	1.857	169.231
2	-1.000	266.667	2	8.714	295.082	2	-0.200	933.333	2	-5.000	137.143
3	0.714	240.000	3	1.756	396.305	3	0.793	125.217	3	0.217	2,400.000
4	1.061	32.653	4	-0.390	549.995	4	1.035	23.338	4	1.191	81.744
5	0.996	6.477	5	0.715	154.538	5	0.998	3.626	5	0.970	22.778
6	1.000	0.385	6	1.050	31.850	6	1.000	0.163	6	0.998	2.859
7	1.000	0.006	7	0.997	5.316	7	1.000	0.001	7	1.000	0.158
8	1.000	0.000	8	1.000	0.315	8	1.000	0.000	8	1.000	0.001
			9	1.000	0.004				9	1.000	0.000
			10	1.000	0.000						

2. Untuk persamaan $f(x) = (x-3)(x-1)(x-1)(x-1) = x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 10x + 3$ Berikut hasil penyelesaian untuk persamaan ini.

a. Nilai xi-1 tetap dan nilai xi diubah-ubah

Tabel 6 Hasil pencarian akar untuk x_{i-1} tetap dan nilai x_i dipilih berubah-ubah

x_{i-1}=0.5 dan x_i=1,5			*x_{i-1}=0.5 dan x_i=2*			*x_{i-1}=0.5 dan x_i=3.5*			*x_{i-1}=0.5 dan x_i=4*		
Jumlah iterasi dan dan dan error approximation (ea)											
iterasi	x_r	ea	iterasi	x_r	Ea	iterasi	x_r	ea	iterasi	x_r	ea
1	0.955	0.571	1	0.857	1.333	1	1.500	1.333	1	1.333	2.000
2	0.995	0.041	2	0.955	0.102	2	1.500	2.000	2	0.500	1.667
3	1.000	0.005	3	1.001	0.046	3	0.868	2.727	3	0.973	0.486
4	1.000	0.000	4	1.000	0.001	4	1.023	0.151	4	1.002	0.029
			5	1.000	0.000	5	1.000	0.023	5	1.000	0.002
						6	0.000	0.000	6	0.000	0.000

b. Dipilih xi-1 nilai tetap dan nilai xi dekat dengan nilai akar tunggal

Tabel 7. Hasil pencarian akar untuk x_{i-1} tetap dan nilai x_i dekat dengan akar tunggal

x_{i-1}=0.5 dan x_i=2.8			*x_{i-1}=0.5 dan x_i=2.9*			*x_{i-1}=0.5 dan x_i=3.1*			*x_{i-1}=0.5 dan x_i=3.3*		
Jumlah iterasi dan dan nilai eror approksimasi											
iterasi	x_r	*ea*	*iterasi*	x_r	*Ea*	*iterasi*	x_r	*ea*	*iterasi*	x_r	*ea*
1	-2.000	2.400	1	10.500	0.724	1	2.167	0.431	1	1.676	0.968
2	5.500	1.364	2	3.285	2.197	2	3.227	0.329	2	9.532	0.824
3	1.529	2.596	3	2.544	0.291	3	3.560	0.093	3	0.428	21.295
4	0.449	2.406	4	3.248	0.217	4	2.875	0.238	4	1.177	0.637
5	0.947	0.526	5	3.217	0.010	5	3.092	0.070	5	0.986	0.194
6	0.000	0.000	6	2.937	0.095	6	3.018	0.025	6	1.000	0.014
7			7	3.019	0.027	7	2.998	0.007	7	1.000	0.000
			8	3.002	0.006	8	3.000	0.001			
				3.000	0.001	9	3.000	0.000			
				3.000	0.000						

ISSN : 1411-1624
e-ISSN: 2621-8089

c. Dipilih x_{i-1} dan x_i yang berubah-ubah,

Tabel 8. Hasil pencarian akar untuk x_{i-1} dan x_i dipilih berubah-ubah

x_{i-1}= -1 dan x_i=5			*x_{i-1}= -2.5 dan x_i=2.6*			*x_{i-1}= -3 dan x_i=5*			*x_{i-1}=-5 dan x_i=5*		
Jumlah iterasi dan dan nilai eror approksimasi											
iterasi	***x_r***	***ea***	***iterasi***	***x_r***	***Ea***	***iterasi***	***x_r***	***ea***	***iterasi***	***x_r***	***ea***
1	1.500	2.333	1	-10.200	1.255	1	1.615	2.095	1	1.545	3.529
2	0.429	2.500	2	18.231	1.559	2	0.158	9.231	2	0.538	1.870
3	0.949	0.549	3	1.485	11.278	3	0.908	0.826	3	0.952	0.434
4	1.004	0.054	4	0.726	1.046	4	1.009	0.100	4	1.003	0.051
5	1.000	0.004	5	0.974	0.255	5	1.000	0.009	5	1.000	0.003
6	1.000	0.000	6	1.001	0.027	6	1.000	0.000	6	1.000	0.000
7			7	1.000	0.001						
8			8	1.000	0.000						

3.4. Perbandingan Hasil Penentuan Nilai Awal Dengan Metode *Secant* Yang Dimodifikasi

Pada bagian ini diambil nilai awal yang lebih dekat pada akar tunggal dan akar ganda. Dicoba untuk salah satu persamaan yang diberikan yaitu persamaan $f(x) = (x-3)(x-1)(x-1) = x^3 - 5x^2 - 7x - 3$ Hasil simulasinya dapat dilihat pada tabel 9, 10 dan 11.

a. Kedua nilai awal yang dipilih x_{i-1} dan x_i diubah-ubah dan lebih dekat dengan akar tunggal

Tabel 9. Hasil pencarian akar untuk nilai awal x_{i-1} dan x_i dekat dekat dengar akar tunggal

x_{i-1}=3,5 dan x_i=4			x_{i-1}=5 dan x_i=10			x_{i-1}=10 dan x_i=15			x_{i-1}=5 dan x_i=20		
Jumlah iterasi dan dan dan error approximation (ea)											
iterasi	x_r	ea	iterasi	x_r	Ea	iterasi	x_r	ea	iterasi	x_r	ea
1	2.765	44.681	1	2.125	370.588	1	1.857	707.692	1	2.056	872.973
2	3.195	13.471	2	-8.529	124.914	2	-0.556	434.286	2	-2.327	188.328
3	3.049	4.808	3	-1.267	572.934	3	0.607	191.453	3	-0.072	3,118.565
4	2.992	1.904	4	1.360	193.192	4	1.069	43.189	4	1.197	106.043
5	3.000	0.293	5	0.876	55.245	5	0.994	7.564	5	0.961	24.484
6	3.000	0.013	6	0.987	11.246	6	1.000	0.580	6	0.998	3.678
7	3.000	0.000	7	1.000	1.326	7	1.000	0.011	7	1.000	0.209
			8	1.000	0.037	8	1.000	0.000	8	1.000	0.002
			9	1.000	0.000				9	1.000	0.000

a. Nilai x_{i-1} dan x_i diubah-ubah dan lebih dekat dengan akar tunggal

Tabel 10. Hasil pencarian akar untuk nilai awal x_{i-1} dan x_i dekat dekat dengar akar

x_{i-1}=0.5 dan x_i=-1			***x_{i-1}=-1 dan x_i= -5***			***x_{i-1}= -5 dan x_i= -10***			***x_{i-1}=0.5 dan x_i= -10***		
Jumlah iterasi dan dan dan error approximation (ea)											
iterasi	***x_r***	***ea***	***iterasi***	***x_r***	***Ea***	***iterasi***	***x_r***	***ea***	***iterasi***	***x_r***	***ea***
1	1.095	191.304	1	1.316	480.000	1	1.482	774.877	1	1.156	965.031
2	0.975	12.369	2	0.849	55.029	2	0.690	114.785	2	0.926	24.876
3	0.999	2.471	3	0.987	13.985	3	0.956	27.873	3	0.997	7.144
4	1.000	0.063	4	1.000	1.373	4	1.003	4.625	4	1.000	0.309
5	1.000	0.000	5	1.000	0.046	5	1.000	0.289	5	1.000	0.005
			6	1.000	0.000	6	1.000	0.003	6	1.000	0.000
						7	1.000	0.000			

b. Nilai x_{i-1} dan x_i diubah-ubah dan lebih dekat dengan akar tunggal

Tabel 11. Hasil pencarian akar untuk nilai awal x_{i-1} dan x_i dekat dekat dengan akar ganda dan juga dengan akar tunggal

x_{i-1}=2 dan x_i= -1 (akar ganda ada di tengah)			***x_{i-1}= 2 dan x_i= 4 (akar tunggal ada ditengah)***			***x_{i-1}= 2 dan x_i= -5 (akar ganda ada di tengah)***			***x_{i-1}= 0.5 dan x_i= -10 (akar ganda ada di tengah)***		
Jumlah iterasi dan dan dan error approximation (ea)											
iterasi	***x_r***	***ea***	***iterasi***	***x_r***	***Ea***	***iterasi***	***x_r***	***ea***	***iterasi***	***x_r***	***ea***
1	0.333	400.00	1	7.000	42.857	1	-0.200	2,400.00	1	-2.600	484.615
2	1.118	70.175	2	2.385	193.548	2	1.247	116.044	2	1.585	264.055
3	0.984	13.553	3	5.909	59.645	3	0.946	31.796	3	0.694	128.484
4	1.000	1.527	4	5.226	13.069	4	0.996	5.064	4	0.944	26.487

ISSN : 1411-1624
e-ISSN: 2621-8089

5	1.000	0.049	5	2.231	134.217	5	1.000	0.376	5	1.004	5.987
6	1.000	0.000	6	6.843	67.392	6	1.000	0.005	6	1.000	0.369
			7	12.185	43.843	7	1.000	0.000	7	1.000	0.005
			8	1.961	521.225				8	1.000	0.000
			9	-1.584	223.849						
			10	0.294	638.792						
			11	1.137	74.147						
			12	0.981	15.946						
			13	0.999	1.868						
			14	1.000	0.071						

3.5. Implikasi Studi

Dari uraian pembahasan diatas, persamaan-persamaan di bidang teknik, bidang matematika dan bidang-bidang lainnya yang memiliki akar ganda sangat disarankan untuk menggunakan metode *Secant* yang dimodifikasi untuk menyelesaikannya. Nilai awal yang dipilih dalam penentuan akar ganda bisa dipilih beberapa alternatif:

1. Kedua nilai awal x_{i-1} dan x_i dipilih dekat dengan akar ganda.
2. Kedua nilai awal x_{i-1} dan x_i dipilih dekat dengan akar tunggal.
3. Kedua nilai awal x_{i-1} dekat dengan akar ganda dan akar x_i dekat dengan akar tunggal.
4. Dipertimbangkan untuk tikda mengambil nilai awal x_{i-1} dan x_i yang sangat dekat dengan akar tunggal.
5. Kedua nilai awal x_{i-1} dan x_i bisa diambil secara acak yang jauh dari akar ganda dan akar tunggal

4. KESIMPULAN

Beberapa kesimpulan yang bisa diambil dari hasil analisis adalah sebagai berikut:

1. Nilai awal yang dipilih berpengaruh pada pencarian akar pada persamaan non-linear yang memiliki akar kembar. Nilai awal yang dipilih baik x_{i-1} dan x_i lebih dekat dengan akar tunggal (dalam hal ini = 3, sesuai persamaan yang diberikan), hasil pencarian akar dengan metode *Secant* yang dimodifikasi menghasilkan akar ganda (sama dengan 1). Lebih konvergensi kepada akar ganda daripada akar tunggal. Jumlah iterasinya pun lebih singkat.
2. Suatu persamaan yang memiliki akar-akar ganda sulit dicari dengan metode-metode numerik yang ada seperti metode *Bisection*, metode regulafalsi, metode *Newton-Raphson* dan metode *Secant.*
3. Metode *Secant* yang dimodifikasi sangat mudah untuk mencari akar ganda suatu persamaan non linear, baik akar ganda genap maupun akar ganda ganjil. Jumlah iterasi yang dibutuhkan sangat sedikit untuk mencapai konvergensi.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Chapra, S.C., 2012, *Applied numerical methods with MATLAB for engineers and scientists* / Steven C. Chapra. — 3rd ed., pg 161-163, p. cm., Library of Congress Cataloging-in-Publication Data, ISBN 978-0-07.

[2] Dey, A., *2015, Mathematical Model Formulation and Comparison Study of Various Methods of Root- Finding Problems*, *IOSR Journal of Mathematics (IOSR-JM) e-ISSN: 2278-5728, p-ISSN: 2319-765X. Volume 11, Issue 2 Ver. III (Mar - Apr. 2015), PP 64-71*

[3] Imran, M., Syamsudhuha,. Putra, S., 2016, *A NEW FAMILY OF SECANT-LIKE METHOD WITH SUPER-LINEAR*

CONVERGENCE, International Journal of Pure and Applied Mathematics Volume 110 No. 1 2016, 1-7 ISSN: 1311-8080 (printed version); ISSN: 1314-3395 (on-line version) url: http://www.ijpam.eu doi: 10.12732/ijpam.v110i1.1

[4] Magrean, A.A., Argyros, I.K., 2015, *EXPANDING THE APPLICABILITY OF SECANT METHOD WITH APPLICATIONS*, Bull. Korean Math. Soc. 52 (2015), No. 3, pp. 865–880 http://dx.doi.org/10.4134/BKMS.2015.52.3.865

[5] Hussein, K.A., Altaee, A.A.H., Hoomod, H.K., 2015, *Parallel Hybrid Algorithm of Bisection and Newton-RaphsoMethods to Find Non-Linear Equations Roots, IOSR Journal of Mathematics (IOSR-JM) e-ISSN: 2278-5728, p-ISSN: 2319-765X. Volume 11, Issue 4 Ver. II (Jul - Aug. 2015), PP 32-36*

[6] Ehiwario, J.C., Aghamie, S.O., 2014, *Comparative Study of Bisection, Newton-Raphson and Secant Methods of Root-Finding Problems*, IOSR Journal of Engineering (IOSRJEN) ISSN (e): 2250-3021, ISSN (p): 2278-8719. Vol. 04, Issue 04 (April. 2014), ||V1|| PP 01-07

[7] Ahmad, A. G., 2015, *Comparative Study of Bisection and Newton-Rhapson Methods of Root-Finding Problems* , International Journal of Mathematics Trends and Technology- Volume 19 Number 2 Mar 2015.

[8] Kumar, R., Vipan, 2015, *Comparative Analysis of Convergence of Various Numerical Methods*, Journal of Computer and Mathematical Sciences, *Vol.6(6),290-297, June 2015 ISSN 0976-5727 (Print), ISSN 2319-8133 (Online)*,(An International Research Journal), *www.compmath-journal.org*

[9] Sharma,S.K., 2017, *A Comparative Analysis of Rate of Convergence For Linear And Quadratic Approximations in N-R Method* , World Journal of Research and Review (WJRR) ISSN:2455-3956, Volume-4, Issue-5, May 2017 Pages 94-96

[10] Mohammad, H., 2015, *A Simple Hybrid Method for Finding the Root of Nonlinear Equations IJSRST* | Volume 1 | Issue 4 | Print ISSN: 2395-6011 | Online ISSN: 2395-602X IJSRST151420 | Received: 09 October 2015 | Accepted: 16 October 2015 | September-October 2015 [(1)4: 80-83]

[11] Torres, F.G., 2015, to *Achieve Convergence of Order 1+v2 and Its Dynamics A Novel Geometric Modification to the Newton-Secant Method*, Hindawi Publishing Corporation Modelling and Simulation in Engineering Volume 2015, Article ID 502854, 6 pages http://dx.doi.org/10.1155/2015/502854

[12] Batarius, P., 2018,"*Perbandingan Metode Newton-Raphson Modifikasi dan Metode Secant Modifikasi Dalam Penentuan Akar Persamaan"*, Prosiding, Seminar nasional Riset Dan Teknologi Terapan 8 (Ritektra 8), ISBN, 978-602-97094-7-6.

[13] Chapra, S. C.,Canale, R. P., 2008, *Numerical Methods for Engineers* .— 6th ed.p. cm. ISBN 978–0–07–340106–5 — ISBN 0–07–340106–4